

# Een kleine wereld

Hoe we allemaal met elkaar in verbinding staan.



**Doelgroep**  
Bovenbouw vwo



**Vak**  
Wiskunde A  
Maatschappijwetenschappen



**Duur**  
50 minuten



**Vaardigheden**  
Onderzoeksvaardigheden  
Kritisch denken

**In deze les ervaren leerlingen hoe klein onze wereld daadwerkelijk is en hoe verbonden we met z'n allen zijn.**

Deze les sluit aan bij de vakken wiskunde en maatschappijwetenschappen. Binnen een betekenisvolle context werken de leerlingen aan hun onderzoeksvaardigheden. Ze leren kritisch kijken naar verschillende onderzoeksmethoden, stellen hun eigen onderzoeksplan op en vergelijken experimenteel onderzoek met wiskundig onderzoek.

Daarnaast maken de leerlingen kennis met wiskundige grafen. Een complex wiskundig onderwerp met vele toepassingen. De leerlingen simuleren een sociaal netwerk door een graaf te maken van knooppjes en garen. Op deze manier ontdekken ze hands-on wat een graaf is. Een wiskundige denkactiviteit waardoor de stof beter wordt begrepen en beter blijft bekliven.

De leerlingen doorlopen deze les in tweetallen een interactieve PDF. In de PDF is extra achtergrondinformatie en uitleg middels video te vinden voor de leerlingen die dat nodig hebben. Op deze manier ligt de eigenaarschap van het leren bij de leerlingen. Zij kiezen zelf in welk tempo ze de PDF doorlopen en of zij de extra achtergrondinformatie en uitleg wel/niet nodig hebben. De stof wordt op deze manier gedifferentieerd aangeboden.

Zowel de sociale als de wiskundige context van het thema verbinden komt in deze les samen. Hoe verbonden zijn wij met elkaar op aarde? Hoe is dit experimenteel, en hoe is dit wiskundig te onderzoeken?

# Lesopzet



## Leerdoelen

- » De leerling leert kritisch naar een onderzoek te kijken.
- » De leerling leert wat een representatieve steekproef is.
- » De leerling leert een goed onderzoeksplan op te stellen.
- » De leerling leert wat een graaf is en waar deze voor gebruikt wordt.
- » De leerling leert het verschil tussen experimenteel en wiskundig onderzoek.



## Aansluiting curriculum

Deze les sluit aan bij de volgende subdomeinen van het examenprogramma:

[Wiskunde A vwo](#)

- » A1 Algemene vaardigheden
  - » E6 verklarende statistiek
  - » E1 Probleemstelling en onderzoeksontwerp
- [Maatschappijwetenschappen](#)
- » A2 onderzoeksvaardigheden

## Benodigheden

- Een computer of laptop per tweetal leerlingen.
- Een zakje met min. 10 knoopjes per tweetal leerlingen.
- Een rol garen per tweetal leerlingen
- Een schaar per tweetal leerlingen.
- Kleefgum/tape per tweetal leerlingen.

## Voorbereidingen

- Neem deze docentenhandleiding en de interactieve PDF voor de leerlingen goed door.
- Maak de interactieve PDF voor de leerlingen beschikbaar bijvoorbeeld via de ELO.
- Zet de benodigheden klaar.

## Introductie

🕒 10 min

Bekijk op het digibord het social media account van een willekeurig persoon op school. Heb je gemeenschappelijke vrienden? Hoe zal dat zijn bij een persoon van een andere school, van een andere stad, of zelfs een ander land, heb je dan nog steeds gemeenschappelijke vrienden? Benoem dat de wereld wellicht kleiner is dan we denken. We gaan het deze les hebben over de kleine wereld stelling. Verdeel de leerlingen in tweetallen en licht de opdracht toe. Ze gaan een interactieve PDF doorlopen met daarin enkele opdrachten. Eventuele extra informatie is te vinden in de PDF.

## Kern

🕒 30 min

De leerlingen lopen in tweetallen de interactieve PDF. Ze maken in hun eigen tempo de bijbehorende opdrachten en beantwoorden de vraag in de PDF. Afhankelijk van de voorkennis en het niveau van de leerlingen kunnen ze de opdrachten zonder hulp maken. Voor extra hulp en achtergrond informatie kunnen ze tips in de PDF bekijken.

## Afsluiting

🕒 10 min

Houd een afsluitend klassengesprek met de leerlingen. Bespreek klassikaal de verschillende opdrachten. Je kunt hiervoor het antwoordmodel op de volgende pagina gebruiken. Vergelijk de antwoorden van de leerlingen met elkaar en ga hierover met ze in gesprek. Maak klassikaal een overzicht van de voor- en nadelen van experimenteel en wiskundig onderzoek op basis van de antwoorden van de leerlingen. Wat valt er op?

# Antwoordmodel

**Kleine wereld experiment**  
Experimenteel onderzoek

Psycholoog Stanley Milgram onderzocht in 1950 de kleine wereld stelling door middel van onderstaand experiment.

**Aanpak**  
Een groep kreeg de opdracht om een pakketje bij een doel te krijgen. Ze mochten dit pakketje enkel overhandigen naar iemand die ze persoonlijk bij naam kenden, deze persoon mocht het vervolgens weer doorsturen naar iemand die hij/zij persoonlijk bij naam kende, en zo verder.

**Steekproef**  
De steekproef omvatte 200 personen, opgenomen door middel van een schikking die specifiek zocht naar mensen met een groot sociaal netwerk.

**Resultaten**  
Van de 200 pakketjes zijn er 64 aangekomen bij het doel. Deze pakketjes waren gemiddeld langa 5,3 personen geweest.

Kunnen jullie hieruit concluderen dat de hypothese van zes graden van verwijdering waar is? Waarom wel/niet?

## Kunnen jullie hieruit concluderen dat de hypothese van zes graden van verwijdering waar is? Waarom wel/niet?

Nee, de steekproef is niet representatief voor de gehele populatie omdat er in de advertentie specifiek gevraagd is om mensen met een groot sociaal netwerk. Daarnaast is het aantal van 64 aangekomen pakketjes te klein om er conclusies op te kunnen trekken.

**Kleine wereld experiment**  
Jouw eigen experimenteel onderzoek

Stel jullie gaan een experiment uitvoeren om de kleine wereld stelling te bewijzen. Hoe zouden jullie dat experiment uitvoeren?

**Zo pakken we het aan:**

**Zo selecteren we onze steekproef:**

**Zo meten we de resultaten:**

## Aanpak, steekproef en resultaten

Bespreek de verschillende aanpakken van de leerlingen. Wat komt overeen, wat zijn de verschillen? Hoe zorgen de verschillende groepen ervoor dat ze een representatieve steekproef krijgen? Hoe meten ze de resultaten? Wanneer hebben ze genoeg data om een conclusie te kunnen trekken?

**Simulatie sociale netwerken**  
Wiskundig onderzoek

Wiskundige Paul Erdős onderzocht de stelling door middel van grafen. Hij definiëerde een wiskundig model (graaf) voor sociale netwerken, namelijk het kleine wereld netwerk. Deze netwerken worden als simulatie van sociale netwerken in de werkelijkheid.

**DEFINITE**  
Een kleine wereld netwerk is een wiskundige graf waarvoor geldt:

- de meeste knooppunten zijn geen buren van elkaar,
- de buren van elk willekeurig knooppunt zijn waarschijnlijk buren van elkaar,
- de meeste knooppunten zijn vanaf elk ander knooppunt te bereiken door een klein aantal stappen.

Binnen een kleine wereld netwerk geldt de kleine wereld stelling. Kunnen jullie hieruit concluderen dat de kleine wereld stelling waar is? Waarom wel/niet?

## Binnen een kleine wereld netwerk geldt de kleine wereld stelling. Kunnen jullie hieruit concluderen dat de kleine wereld stelling waar is? Waarom wel/niet?

Dit is niet één op één te concluderen. Een kleine wereld netwerk is een model van de werkelijkheid. Dat betekent dat het de werkelijkheid benadert. Hiervoor zijn echter wel wat aannames gemaakt. De werkelijkheid zal niet altijd geheel overeenkomen met het model.

**Simulatie sociale netwerken**  
Jullie eigen simulatie

**Knooppunten:**

- Zegel met minimaal 10 knooppunten
- Kleurpuntje
- Rubieje garens
- Schaar

Mak met knooppunten en garens jullie eigen kleine wereld netwerk. Zorg dat het netwerk voldoet aan onderstaande punten:

- de meeste knooppunten zijn geen buren van elkaar,
- de buren van elk willekeurig knooppunt zijn waarschijnlijk buren van elkaar,
- de meeste knooppunten zijn vanaf elk ander knooppunt te bereiken door een klein aantal stappen.

Is het model af? Het is nu gemakkelijk te controleren welke knooppunten met een bepaald knooppunt verbonden zijn door één van de knooppunten op te tillen en te kijken welke knooppunten mee omhoog komen.

Vergelijk jullie model met jullie eigen sociale netwerk. Lijken deze op elkaar? Waarom wel/niet?

## Vergelijk jullie model met jullie eigen sociale netwerk. Lijken deze op elkaar? Waarom wel/niet?

Laat de leerlingen de eigenschappen van een kleine wereldnetwerk nagaan. Kloppen deze bij hun eigen sociale netwerk?

**Experimenteel vs wiskundig**  
Vergelijking tussen onderzoeken

Jullie hebben nu kort kennis gemaakt met experimenteel onderzoek en wiskundig onderzoek. Bedenk voor beide voor- en nadelen.

| Experimenteel | vs. | Wiskundig |
|---------------|-----|-----------|
|               |     |           |
|               |     |           |

## Experimenteel onderzoek

Voordelen zijn bijvoorbeeld dat je de werkelijkheid onderzoekt en dat je controle hebt over de situatie. Nadelen zijn dat je ongewenst invloed uit kan voeren, dat het lastig is om genoeg respons te krijgen, etc.

## Wiskundig onderzoek

Voordelen zijn bijvoorbeeld dat je geen proefpersonen nodig hebt, nadelen zijn dat je een model bestudeert en niet de werkelijkheid.